PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

MAGISTÉRIO MATEMÁTICA

31. Considere que a distribuição de frequência para peso, em Kg, de um grupo de crianças seja simétrica, com cinco intervalos e cada intervalo com igual amplitude. Além disso, sabe-se que:

- Ponto médio da segunda classe é 33,5.
- Ponto médio da quarta classe é 47,5.
- Frequência simples relativa para quinta classe é: 0,14.
- $\frac{Fr_2}{Fr_3} = \frac{2}{3}$, em que Fr_2 é a frequência acumulada relativa para a segunda classe e Fr_3 é a mesma frequência para a terceira classe.

Quantos por cento do grupo têm peso menor que 37 Kg ?

(A) 14%
(B) 40%
(C) 34%
(D) 55%
(E) 28%

32. Uma turma formada por 10 tenentes, 5 cabos e 6 sargentos concorre a três bilhetes de passagens aéreas através de um sorteio, sem reposição de seus nomes. Qual a probabilidade de dentre as três passagens sorteadas exatamente uma ser ganha por um sargento:

(A) 3/38
(B) 9/19
(C) 1/6
(D) 10/21
(E) 9/38

33. A frota de ônibus de transporte urbano de uma cidade é composta de veículos divididos em três categorias, a saber, modelo A (40% da frota), modelo B (40% da frota) e demais reunidos como modelo C (20% da frota). Entre os ônibus do modelo marca A, 20% têm mais de 20 anos de idade, e entre os ônibus da marca B, 10% têm mais de 20 anos de idade. Já para os ônibus de modelo C, 15% têm mais de 20 anos de idade. Um ônibus foi escolhido ao acaso, qual a probabilidade dele ter mais de 20 anos:

(A) 0,03
(B) 0,15
(C) 0,20
(D) 0,45
(E) 0,5

34. Os dois últimos algarismos da representação decimal de 44^{44} são:

(A) 4
(B) 44
(C) 64
(D) 86
(E) 96

35. Calcule a média aritmética das seguintes quantidades e assinale a opção correta.

$1\ ;\ 4\ ;\ 12\ ;\ 32;\ldots;\ \frac{2^n n}{2}$

(A) $\frac{2^n(n-1)}{n}$

(B) $\frac{2^n(n-1)+1}{n}$

(C) $\frac{2^n n}{n}$

(D) $\frac{n\,2^n}{n-1}$

(E) $\frac{n-1}{n}$

36. Em um pedaço de madeira é encontrado 1/500 da quantidade original de carbono 14. Sabe-se que a meia-vida do carbono 14 é de 5600 anos, ou seja, que em 5600 anos metade do carbono 14 presente transformou-se em carbono 12. Assinale a alternativa correta.

(A) A idade deste pedaço de madeira é inferior à 5.200 anos.
(B) A idade deste pedaço de madeira é superior à 50.000 anos.
(C) A idade deste pedaço de madeira é exatamente 5.200 anos.
(D) A idade deste pedaço de madeira é exatamente 10.400 anos.
(E) A idade deste pedaço de madeira é exatamente 15.600 anos.

37. Considere a sequência $\{a_n\}$ de números reais cujo limite é zero. Então podemos afirmar que:

(A) toda vizinhança de zero não contém termos da sequência.
(B) toda vizinhança de zero contém um número finito de termos da sequência.
(C) toda vizinhança de zero contém uma infinidade de termos da sequência.
(D) toda vizinhança de zero contém apenas termos positivos da sequência.
(E) em toda vizinhança de zero podem ocorrer todos os casos anteriores.

38. Se $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}$ para $|x|<1$ então $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ é igual a:

(A) $2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \cdots\right)$

(B) $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \cdots$

(C) $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \cdots$

(D) $x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots$

(E) $x + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!} + \cdots$

39. O volume da pirâmide delimitada pelos planos coordenados e pelo plano $5x - 2y + 4z = 20$ é:

(A) $\frac{100}{3} u.v.$

(B) $\frac{50}{3} u.v.$

(C) $\frac{200}{3} u.v.$

(D) $200 u.v.$

(E) $100 u.v.$

40. Podemos afirmar que uma condição necessária e suficiente para que o plano $\alpha: Ax + By + Cz + D = 0$ seja ortogonal ao plano $\beta: x + z + 2 = 0$ é:

(A) $A + B + C = 0$
(B) $A + D = 0$
(C) $A + C = 0$
(D) $B + C = 0$
(E) $D = 0$

41. Seja z um número complexo e denote por $exp(z)$ a exponencial de z. Podemos afirmar que todos os valores de z tais que $exp(2z-1) = 1$ são:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{2} + 2k\pi i, k \in \mathbb{Z}$

(C) $\frac{1}{2} + k\pi i, k \in \mathbb{Z}$

(D) $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + 2k\pi i,\ k \in \mathbb{Z}$

(E) $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi i,\ k \in \mathbb{Z}$

42. Seja $g(x,y) = (x + 3y^3)\, f\,(u,v)$, onde f é derivável, $u = x + 2y$ e $v = 3x - y$. Então é correto afirmar que:

(A) $\frac{\partial g}{\partial y} = (1 + 9y^2) f(u,v)$

(B) $\frac{\partial g}{\partial y} = 9y^2 f(u,v) + (x + 3y^3)\left(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v}\right)$

(C) $\frac{\partial g}{\partial y} = f(u,v) + (x + 3y^3)\left(\frac{\partial f}{\partial u} + 3\frac{\partial f}{\partial v}\right)$

(D) $\frac{\partial g}{\partial y} = 9y^2 f(u,v) + (x + 3y^3)\left(2\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial f}{\partial v}\right)$

(E) $\frac{\partial g}{\partial y} = (1 + 9y^2)\left(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v}\right)$

43. Seja $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear dada por T(x,y)=(-3x+4y, -x+2y). Então podemos concluir que:

(A) 1 é um autovetor de T tendo (3,3) como um autovetor associado.
(B) 1 é um autovetor de T tendo (4,1) como um autovetor associado.
(C) -2 é um autovetor de T tendo (1,1) como um autovetor associado.
(D) T não possui autovetores.
(E) -2 é o único autovetor de T.

44. Seja S o sólido definido por $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 4xy \cdot e^{x^2-y^2}\}$. Então o volume de S é:

(A) $\frac{e-1}{e}$

(B) $\frac{e^{-1}-1}{e}$

(C) $(e-1)\cdot(1-e^{-1})$

(D) $\frac{e-1}{1-e^{-1}}$

(E) $(e-1)^{-1}\cdot(1-e^{-1})$

45. Seja S o sólido que está acima do cone abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = z$. Então o volume se S é igual a:

(A) $\frac{\pi}{16} u.v.$

(B) $\frac{\pi}{8} u.v.$

(C) $\frac{2\pi}{3} u.v.$

(D) $\frac{4\pi}{3} u.v.$

(E) $2\pi u.v.$

46. Qual das equações abaixo possui tg $\pi/9$, tg $4\pi/9$ e tg $7\pi/9$ como suas raízes?

(A) $x^3 + \sqrt{3}x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$
(B) $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 3x - \sqrt{3} = 0$
(C) $x^3 + \sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} = 0$
(D) $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 3x + \sqrt{3} = 0$
(E) $x^3 + 3\sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} = 0$

47. Podemos afirmar que o conjunto solução da equação $a\sin x - b\cos x < 0$, onde $x \in (\pi, 2\pi)$ e $ab > 0$.

(A) $(\frac{a}{b}, \frac{b}{a})$

(B) $(\tan^{-1}\frac{a}{b} + \pi, 2\pi)$

(C) $(\tan^{-1}\frac{b}{a}, 2\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a})$

(D) $(\pi, \pi + \tan^{-1}\frac{b}{a}) \cup (2\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}, 2\pi)$

(E) $(\pi + \tan^{-1}\frac{b}{a}, 2\pi)$

48. A parte real no número complexo $w = e^{i\theta} - e^{2i\theta} + e^{3i\theta}$ é:

(A) $\cos 2\theta \cos\frac{3\theta}{2} \sec\frac{\theta}{2}$

(B) $\cos 2\theta \cos\frac{3\theta}{2} \sin\frac{\theta}{2}$

(C) $2\cos\theta(\sin\frac{\theta}{2})$

(D) $2\cos 2\theta \cos\frac{3\theta}{2} \sec\frac{\theta}{2}$

(E) $2\sin 2\theta \sin\frac{3\theta}{2} \sec\frac{\theta}{2}$

49. O determinante da matriz

$\begin{bmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{bmatrix}$ é igual a:

(A) 1+x+y+z

(B) 1+y+z

(C) x

(D) 1+x+y

(E) x+z

50. A soma $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{9}+\frac{1}{16}+\frac{3}{27}+\frac{1}{64}+\frac{4}{81}+\frac{1}{256}+\cdots$ vale:

(A) $\frac{7}{4}$

(B) $\frac{13}{12}$

(C) $\frac{19}{4}$

(D) $\frac{17}{5}$

(E) $\frac{5}{6}$

51. Se quatro números reais distintos a, b, c, d satisfazem a relação de proporcionalidade $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$, então também é verdade que:

(A) $\frac{ab}{cd}=\frac{bc}{ad}$

(B) $\frac{ac}{bd}=\frac{bc}{ad}$

(C) $\frac{a+b}{b+c}=\frac{b-c}{c-d}$

(D) $\frac{a-d}{a+d}=\frac{b-c}{b+c}$

(E) $\frac{a\cdot b\cdot c}{b\cdot c\cdot d}=\frac{a+b+c}{b+c+d}$

52. Analise as afirmativas abaixo, a respeito de números inteiros a, b e c, colocando entre parênteses a letra V, quando se tratar de afirmativa verdadeira, ou a letra F quando se tratar de afirmativa falsa. A seguir, assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

( ) Se a for ímpar, então a^2+3 é divisível por 4.

( ) Se a e b são divisores de c, então $a\cdot b$ é divisor de c.

( ) Se $m.d.c.(a,b)=1$, e a é divisor de $b\cdot c$, então a é divisor de c.

( ) Se $a^3\cdot b^2$ é divisível por 12, mas $a^2\cdot b^4$ não é divisível por 8, então a é par.

( ) Se $m.d.c.(a,b)$ é primo, então existem inteiros n e m tais que $n\cdot a+m\cdot b=1$.

(A) V – V – F – V – F
(B) F – V – F – F – V
(C) V – F – V – F – V
(D) F – V – V – V – F
(E) V – F – V – V – F

53. Nove cubos são empilhados, sendo que o primeiro tem um volume de $256cm^3$, e cada novo cubo tem metade do volume do anterior. A altura da pilha formada é de:

(A) $\sqrt[3]{511}\,cm$.
(B) $\dfrac{9}{\sqrt[3]{2}+1}\,cm$.
(C) $\dfrac{7}{\sqrt[3]{2}+1}\,cm$.
(D) $\dfrac{7}{\sqrt[3]{2}-1}\,cm$.
(E) $\dfrac{8-\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1}\,cm$.

54. Atualmente, a média, a moda, e o desvio padrão dos salários (em reais) dos funcionários de uma empresa são, respectivamente, 1800, 1500, e 600. Se todos os funcionários receberem um aumento de 10%, mais um aumento fixo de R$200,00, os novos valores dessas medidas serão, respectivamente:

(A) 1980, 1650, e 660.
(B) 1980, 1650, e 860.
(C) 2180, 1650, e 660.
(D) 2180, 1850, e 660.
(E) 2180, 1850, e 860.

55. Certo polinômio $p(x)=x^3+x^2+kx-2$, onde k é uma constante, tem 3 raízes distintas. Sabendo que um dos polinômios listados abaixo tem essas mesmas raízes, mas todas com multiplicidade 2, e também a raiz $x=-1$, assinale a alternativa correspondente a esse polinômio.

(A) $x^7-3x^6+2x^5+5x^4-6x^3+x-4$.
(B) $x^7+x^6+6x^5-5x^4-6x^3+x^2+4$.
(C) $x^7+3x^6+2x^5-7x^3-4x^2+5x+2$.
(D) $x^7-2x^6-5x^5+2x^4+7x^2+7x-4$.
(E) $x^7+3x^6+5x^5+x^4-5x^3-7x^2+4$.

56. Se $(2,-1)$ é um autovetor da matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, e $(-1,1)$ é um autovetor de $\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$, então um autovetor de $\begin{pmatrix} -a & -b & 1 & 0 \\ -c & -d & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2x & 2y \\ 0 & 0 & 2z & 2w \end{pmatrix}$ é:

(A) $(0,0,-1,1)$.
(B) $(2,-1,0,0)$.
(C) $(-2,1,-2,2)$.
(D) $(2,-1,-1,1)$.
(E) $(-3,2,-2,2)$.

57. Seja $T: R^3 \to R^2$ uma transformação linear tal que $T(2,1,1) = (6,0)$, $T(1,2,1) = (4,2)$ e $T(1,1,2) = (2,2)$. Se $(x,2,z)$ é um vetor do núcleo de T, então $x+z$ é igual a:

(A) -6
(B) -3
(C) 0
(D) 3
(E) 6

58. Em R^4, sejam U o subespaço gerado pelos vetores $(1,1,0,0)$, $(0,1,1,0)$ e $(0,0,1,1)$, e V o subespaço gerado por $(1,0,1,0)$, $(0,1,0,1)$ e $(1,0,0,1)$. Uma base de $U \cap V$ é formada pelos vetores:

(A) $(0,0,0,1)$ e $(1,0,0,0)$.
(B) $(1,0,1,0)$ e $(0,1,0,1)$.
(C) $(1,1,0,0)$ e $(0,0,1,1)$.
(D) $(1,1,0,0)$ e $(0,1,0,1)$.
(E) $(0,1,1,0)$ e $(1,0,0,1)$.

59. Se $A = \lim_{x\to\infty} \dfrac{1}{x - \sqrt{x^2 + x}}$, $B = \lim_{x\to 0} \dfrac{|x^2 - 2| - |x - 2|}{x}$ e

$C = \lim_{x\to 0} \dfrac{\tan 5x}{\tan 2x}$, então $A \cdot B \cdot C$ é igual a:

(A) -5
(B) -2
(C) 0
(D) 2
(E) 5

60. Seja $f: R \to R$ definida por $f(x) = \int_0^x (t^4 - t^2)\cdot \exp(-t^2)\,dt$. No ponto de mínimo relativo de f, sua derivada segunda é igual a:

(A) 0
(B) $\dfrac{2}{e}$
(C) $\dfrac{4}{e}$
(D) $2e$
(E) $4e$

61. Um disco de papel é cortado, perpendicularmente a um diâmetro, em 4 fatias de mesma largura. A razão entre a área das fatias centrais e a das fatias das extremidades é de:

(A) $\dfrac{\pi+\sqrt{3}}{2\pi-\sqrt{3}}$.

(B) $\dfrac{2\pi+3\sqrt{3}}{4\pi-3\sqrt{3}}$.

(C) $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{4\pi-2\sqrt{3}}$.

(D) $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{2\pi+2\sqrt{3}}$

(E) $\dfrac{4\pi-3\sqrt{3}}{\pi+\sqrt{3}}$

62. A função $T(x,y)=x^2+y^2-x+2y+25$ descreve a temperatura (em ^{o}C) em cada ponto do disco $x^2+y^2\leq 5$. As temperaturas mínima e máxima nesse disco são, respectivamente:

(A) $23{,}75\,^{\circ}C$ e $35\,^{\circ}C$

(B) $23{,}75\,^{\circ}C$ e $37{,}25\,^{\circ}C$

(C) $25\,^{\circ}C$ e $34{,}47\,^{\circ}C$

(D) $25\,^{\circ}C$ e $35\,^{\circ}C$

(E) $27{,}76\,^{\circ}C$ e $34{,}47\,^{\circ}C$

63. O resultado da integral dupla $\displaystyle\int_0^9\int_{\sqrt{y}}^3 \frac{\text{sen}(\pi x^2)}{\sqrt{y}}\,dx\,dy$ é:

(A) $-\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}$

(B) $\dfrac{\pi}{9}$

(C) $\dfrac{2}{\pi}$

(D) $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$

(E) $\dfrac{3}{\sqrt{\pi}}$

64. Se z é um número complexo cujas potências $z, z^2, z^3, \dots$ formam, no plano complexo, o conjunto dos vértices de um hexágono, então as potências de z^2 e de z^5 formam, respectivamente, os conjuntos dos vértices de:

(A) um triângulo, e de um segmento.
(B) um triângulo, e de um hexágono.
(C) um quadrilátero, e de um pentágono.
(D) um quadrilátero, e de um hexágono.
(E) um pentágono, e de um segmento.

65. Se o polinômio $p(z) = z^2 + bz + c$, com b e c sendo constantes reais, tem uma raiz complexa $z = 3e^{i\theta}$, onde $\theta = \arccos\frac{1}{3}$, então $p(1)$ é igual a:

(A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 6.
(E) 8.

66. Para que todas as soluções da equação diferencial $y'' + ny = \cos(nx)$ sejam funções ilimitadas, o valor da constante n deve ser:

(A) -1
(B) 0
(C) 1
(D) -1 ou 0
(E) 0 ou 1

67. Analise a convergência das sequências e séries abaixo e, em seguida, assinale a alternativa correta.

I. $\left\{\dfrac{7-2^{2n}}{5^n}\right\}_{n=1}^{\infty}$

II. $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos(k\pi)}{\sqrt{k}}$

III. $\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m+\sqrt{m}}$

IV. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)!-n!}{10^n}$

(A) Somente I e II são convergentes.
(B) Somente I e III são convergentes.
(C) Somente III e IV são convergentes.
(D) Somente I, II e IV são convergentes.
(E) Somente II, III e IV são convergentes.

68. Um triângulo, com área de $60cm^2$, é cortado por um feixe de retas paralelas à sua base, que dividem sua altura em 15 segmentos congruentes. Se as regiões assim formadas forem pintadas alternadamente de preto e de branco, a diferença entre as áreas totais de cada cor será de:

(A) $0cm^2$
(B) $1cm^2$
(C) $2cm^2$
(D) $3cm^2$
(E) $4cm^2$

69. A função $f(x)=12\cos 2x-10\,\text{sen}\,x\cos x$ pode ser reescrita na forma:

(A) $f(x)=13\cos(2x+\phi)$, onde $\phi=\arctan\frac{12}{5}$.

(B) $f(x)=13\,\text{sen}(2x+\phi)$, onde $\phi=-\arctan\frac{12}{5}$.

(C) $f(x)=13\cos(2x+\phi)$, onde $\phi=-\arctan\frac{5}{12}$.

(D) $f(x)=13\,\text{sen}(2x+\phi)$, onde $\phi=\pi-\arctan\frac{12}{5}$.

(E) $f(x)=13\cos(2x+\phi)$, onde $\phi=\pi-\arctan\frac{5}{12}$.

70. Os vértices e os focos da hipérbole **H** coincidem, respectivamente, com os focos e os vértices da elipse E: $x^2+5y^2=20$. A razão entre a excentricidade de **H** e a de **E** é igual a:

(A) $\frac{5}{8}$
(B) $\frac{4}{5}$
(C) 1
(D) $\frac{5}{4}$
(E) $\frac{8}{5}$

FINAL DA PROVA